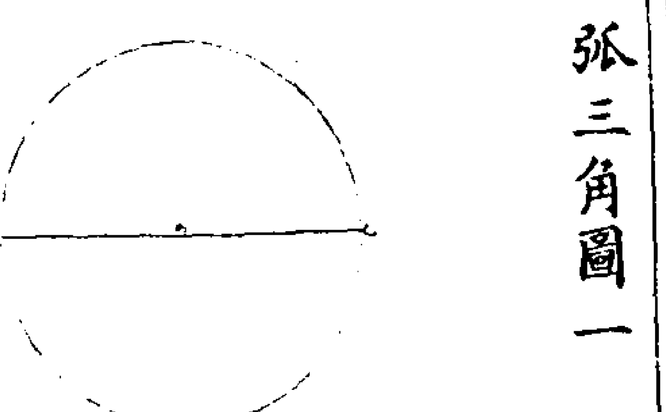
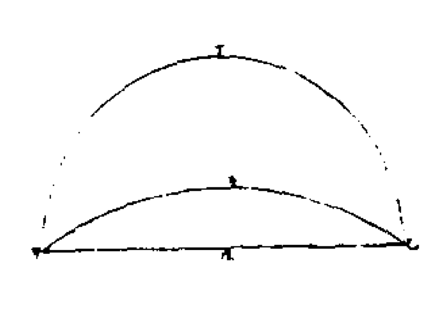
欽定大清會典圖

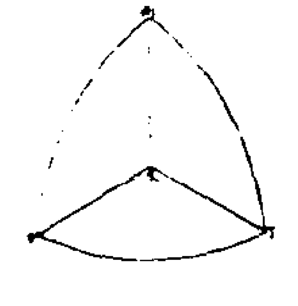
欽定大清會典圖卷一百三十六

天文三十算術四

弧三角圖一



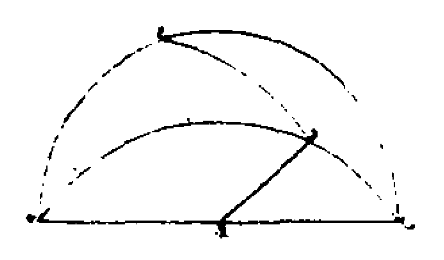




球面之三角形為弧三角。亦三角三邊相對。而三邊皆係弧綫。故三角三邊皆以度計。各有八綫。有直角。有鋭角。有鈍角。三角内有一直角者。為正弧三角。無直角者。為斜弧三角。以圓球中剖之為半球體二。每一體底為平圓如甲乙面。上為半球如甲丙乙體。半球上凸。其底邊為全圓三百六十度如甲乙周。就半球體又依甲丙乙綫中剖之。成甲丁乙丙體二。每一體為球體四分之一。甲丁乙。甲丙乙。兩弧綫。皆半周一百八十度。甲乙直綫即球全

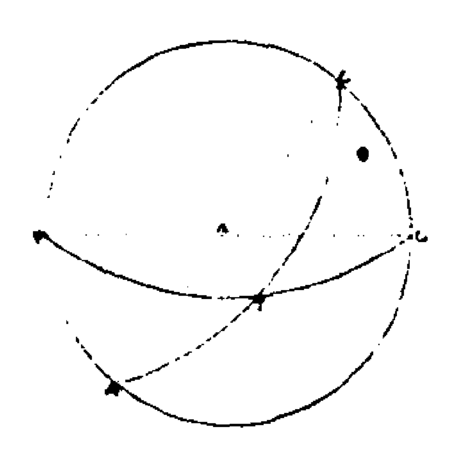
徑。甲角乙角皆直角九十度角之度。在丁丙弧。
就甲丁乙丙體又依丁丙戊綫中剖之。成甲丁
丙戊體二。每一體為球體八分之一。其體上尖
如戊。下為甲丁丙弧三角形。戊尖即球心。戊甲
戊丁戊丙。三稜皆球半徑。甲丁丁丙丙甲三弧
皆九十度。甲戊丁丁戊丙丙戊甲。三平面皆為
圜面四分之一。各以戊角為其心。甲丙丁三角
皆直角九十度。甲角度即丙丁弧。丙角度即甲
丁弧。丁角度即甲丙弧。是三直角皆等。三邊皆
等。不待求者也。

弧三角圖二



若剖甲丁乙丙體。不依中腰丁丙綫。任意如己庚。對心戊。剖至底面如己戊綫。則成甲己庚。及乙己庚。丙弧三角形。甲己庚形。甲仍直角。己爲鈍角。庚爲鋭角。甲己。己庚。庚甲。三邊之度不等。乙己庚形。乙仍直角。己爲鋭角。庚爲鈍角。乙己。己庚。庚乙。三邊之度亦不等。是皆爲正弧三角。以三角內有一直角在也。

弧三角圖三

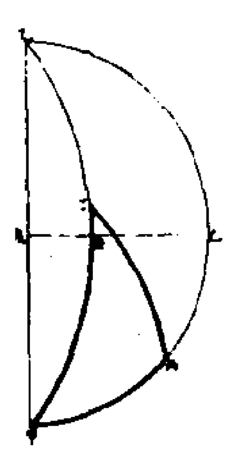


半球體若不均剖。任意如甲丁乙綫。對心戊剖之。至底面如甲乙綫。又任意如己丁丙綫。對心戊剖之。至底面如己丙綫。則球面成弧三角形四。甲丁丙形。甲角丁角俱鋭。丙角鈍。甲丁。丁丙。丙甲。三邊不等。丙丁乙形。丙角乙角俱鋭。丁角鈍。丙丁。丁乙。乙丙。三邊不等。乙丁己形。丁角己角俱鋭。乙角鈍。乙丁。丁己。己乙。三邊不等。甲丁己形。三角俱鈍。甲丁。丁己。己甲。三邊不等。是皆為斜弧三角。己丁丙弧。甲丁乙弧。皆半圓周也。戊為球心。戊甲。戊丙。戊丁。

戊乙。戊己。五棱綫。皆球半徑也。即為各邊弧之半徑。甲丁丙形之丁角。乙丁己形之丁角。二銳角相等。丙丁乙形之丁角。甲丁己形之丁角。二鈍角相等。以其同為乙丁丙。甲丁乙。二交綫所分而為交角也。丁銳角二。即丁鈍角二之外角。以其同在一弧綫內而為竝角也。推是類。凡一形內。有二直角。餘一角或銳或鈍者。有一直角。餘二角或俱銳。或俱鈍。或一銳一鈍者。皆為正弧三角形。有二角銳一角鈍者。有一角銳二角鈍者。有三角俱銳者。有三角俱鈍者。皆為斜弧

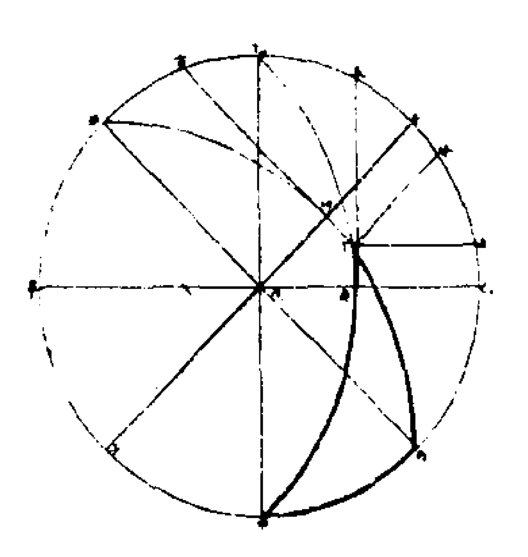
三角形。凡鈍角大邊祇在一百八十度之內。凡弧三角形。無論斜正。三角相併。必大於一百八十度。而不得滿五百四十度。三邊相併。不得滿三百六十度。

弧三角圖四



弧三角形弧之度在弧其角以球心為心球半徑為其半徑如甲丙弧以戊為心戊丙戊甲為半徑甲丙弧之角為甲戊丙角也角之度則在角旁丙弧適足一象限處相距之弧如甲角度在甲己甲庚丙弧相距之庚己弧也甲至己九十度甲至庚亦九十度丙弧相距極遠處之庚己弧即甲角度如黄赤二道之大距緯度乃為黄赤交角度也

弧三角圖五



凡弧與角之度。在圓周者。其真度顯。不在圓周者真度不顯。是可移弧於周以顯之也。如甲丙丁形。甲丙之弧。原在圓周。則甲丙即真度。丙甲丁。丙丁。二弧。真度未見。將甲丁弧引至半周乙。對甲過心戊作乙甲綫。又作辛己過心十字交綫。又切丁角作平行丁壬綫。則移甲丁弧於圓周。爲甲壬弧矣。將丙丁弧引至半周丑。對丙過心戊作丑丙綫。又作子午過心十字交綫。又切丁角作平行丁癸綫。則移丙丁弧於圓周。爲丙癸弧矣。甲壬。丙癸。二弧皆

真度也。又如甲角之度庚己弧。真度未見。則切庚點與乙戊平行作辰庚綫。即移庚己弧於圓周。為辰己弧矣。丙角之度卯子弧。真度未見。則切卯點與丑戊平行作寅卯綫。即移卯子弧於圓周。為寅子弧矣。辰己弧為甲角之真度。寅子弧為丙鈍角之真度也。若欲顯丁角之度。則先以丁丙弧就圓周。亦如甲角度之易明也。角與弧之真度皆顯。於是可以審八綫。

角之八綫圖一

甲角弧庚己即辰己弧　半徑乙戊辰戊己戊

甲戊

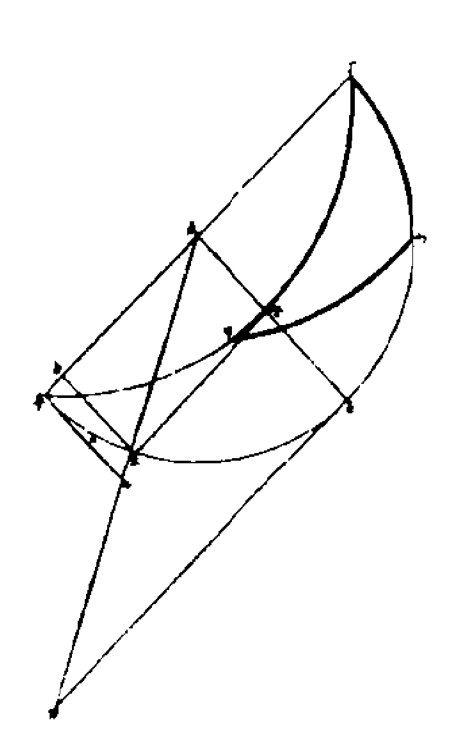
正弦辰庚丑戊　正矢己庚　正切子己　正

割子戊

餘弦辰丑庚戊　餘矢乙丑　餘切乙寅　餘

割寅戊

角之八綫圖二



丁角弧癸壬即未壬弧　半徑辛戊未戊壬戊

丁戊

正弦未癸申戊　正矢壬癸　正切卯壬　正

割卯戊

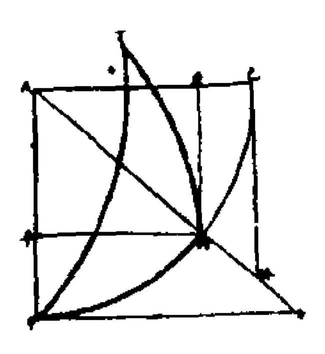
餘弦未申癸戊　餘矢辛申　餘切辛午　餘

割午戊

角之八綫圖三

丙鈍角弧○卯子即寅丑子弧○外角弧○卯午即寅
午弧○　半徑○丙戌○子戌○丑戌○寅戌○午戌○
正弦○寅卯○申戌○　大矢○子卯○正矢○午卯○　正切○
辰午○　正割○辰戌○
餘弦○寅申○卯戌○　餘矢○丑申○　餘切○未丑○　餘
割○未戌○

邊之八綫圖一

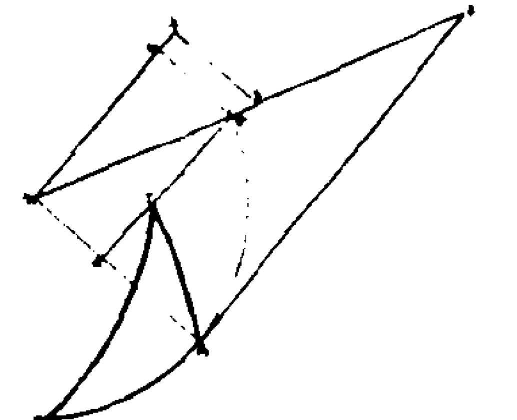


甲丙邊○甲丙弧○　半徑○甲戊○丙戊○己戊○

正弦○丙辛○庚戊○　正矢○甲辛○　正切○甲壬○　正割○壬戊○

餘弦○庚丙○戊辛○　餘矢○己庚○　餘切○己癸○　餘割○癸戊○

邊之八綫圖二



丙丁邊即丙癸弧　半徑丙戊癸戊午戊

正弦癸壬卯戊　正矢丙壬　正切丙子　正

割子戊

餘弦癸卯壬戊　餘矢午卯　餘切午寅　餘

割寅戊

邊之八綫圖三

甲丁邊即甲子弧　半徑甲戊己戊子戊乙戊

正弦子辛丑戊　大矢甲辛正矢乙辛　正切

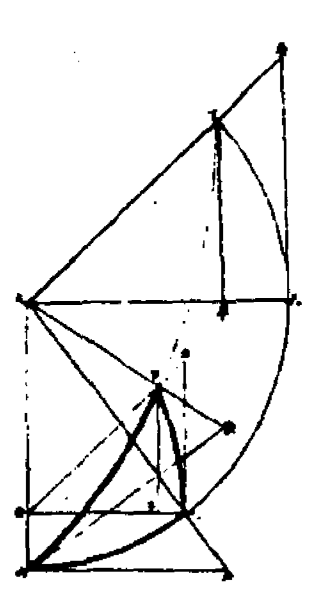
乙庚　正割庚戊

餘弦子丑辛戊　餘矢己丑　餘切己壬　餘

割壬戊

如角邊八綫各三圖直角九十度及邊適足九十度者。其正弦即半徑。正矢亦即半徑。凡半徑皆可作直角正弦用。

正弧三角本形圖一



大弦○　乙角正弦戊丁○　小弦　甲丙邊正弦甲癸○

大句○　丙角正弦丁辛○　小句○　甲乙邊正弦甲子○

大股○　乙角正弦戊己○　小股○　丙乙邊正弦乙癸○

大句　丙角正切庚己○　小句○　甲乙邊正切壬乙○

大股○　乙角正弦戊己○　小股○　丙乙邊正切丙丑○

大弦○　丙角正割○庚戊○　小弦○　甲丙邊正切○寅丙○

弧三角無同式形○兩邊角相求○則以八綫所成之同式句股形為比例也○如甲乙丙正弧三角形○乙為直角九十度○甲丙二角皆銳○此形用丙角○其弧丁己正立○甲乙邊亦正立○丙乙邊側眂○與丙己大弧同一面○甲丙邊斜倚○與丁甲丙大弧同一面○丙角正弦丁辛○正切庚己○甲乙邊正弦甲子○正切壬乙○皆直立○乙直角正弦即半徑己戊○乙丙邊正弦乙癸○正切丑丙○皆平眂○乙直角正弦即半徑丁戊○丙角正割庚戊○甲丙邊正弦甲癸○正切寅丙○皆

斜倚遂成大小句股弦同式者三大弦乙直角正弦戊丁比小弦甲丙邊正弦甲癸同於大句丙角正弦丁辛比小句甲乙邊正弦甲子此即以對所知比所知對所求比所求之理也則乙直角與丙角申丙邊申乙邊四者可以四率互求大股乙角正弦戊乙比小股丙乙邊正弦乙癸同於大句丙角正切庚乙比小句甲乙邊正切壬乙大股乙角正弦戊乙比小股丙乙邊正切丙丑同於大弦丙角正割庚戊比小弦甲丙邊正切寅丙皆非所知所求邊角相對而乙

直角。與丙角。丙乙邊。甲乙邊。四者可以四率互求。乙直角。與丙角。丙乙邊。甲丙邊。四者可以四率互求也。

正弧三角本形圖二

大弦○　乙角正弦○丑戊○　小弦○　甲丙邊正弦○丙辰○

大股○　甲角正弦○丑卯○　小股○　丙乙邊正弦○丙己○

大句○　乙角正弦○子戊○　小句○　甲乙邊正弦○乙辰○

大股○　甲角正切○午子○　小股○　丙乙邊正切○寅乙○

大句○　乙角正弦○子戊○　小句○　申乙邊正切○酉申○

大弦○　甲角正割○午戊○　小弦○　甲丙邊正切○未甲○

如圖。用甲角。其弧丑子正立。丙乙邊亦正立。甲乙邊測眂。與甲子大弧同一面。甲丙邊斜倚。與丑丙甲大弧同一面。甲角正弦丑卯。正切午子。丙乙邊正弦丙巳。正切寅乙。皆直立。乙直角正弦即半徑子戊。甲乙邊正弦乙辰。正切酉甲。皆平眂。乙直角正弦即半徑丑戊。甲角正割午戊。甲丙邊正弦丙辰。正切未甲。皆斜倚。遂成大小句股弦同式者三。大弦乙直角正弦丑戊。比小弦甲丙邊正弦丙辰。同於大股甲角正弦丑卯。比小股丙乙邊正弦丙巳。此即以對所知比所

知。對所求比所求之理也。則乙直角。與甲角。甲丙邊。丙乙邊。四者可以四率互求。大句乙角正弦子戊。比小句甲乙邊正弦乙辰。同於大股甲角正切午子。比小股丙乙邊正切寅乙。大句乙角正弦子戊。比小句甲乙邊正切酉甲。同於大弦甲角正割午戊。比小弦甲丙邊正切未甲。皆非所知所求邊角相對。而乙直角。與甲角。甲乙邊。丙乙邊。四者可以四率互求。乙直角。與甲角。甲乙邊。甲丙邊。四者可以四率互求也。

正弧三角次形圖一

大弦○乙角正弦○即丁角正弦　小弦○甲乙邊餘弦○即甲戊邊正弦

大句○丙乙邊餘弦○即戊角正弦　小句○甲丙邊餘弦○即甲丁邊正弦

大股○乙角正弦○即丁角正弦　小股○丙角餘弦○即丁戊邊正弦

大句○丙乙邊餘切○即戊角正切　小句○甲丙邊餘切○即甲丁邊正切

大股○乙角正弦○即丁角正弦　小股○丙角餘切○即丁戊邊正切

大弦○丙乙邊餘割○即戊角正割　小弦○甲乙邊餘切○即甲戊邊正切

大弦○乙角正弦○即丁角正弦　小弦○甲乙邊餘弦○即甲戊邊正弦

大股　甲角正弦（即次形甲角正弦）　小股　丙角餘弦（即丁戊邊正弦）

大句　乙角正弦（即丁角正弦）　小句　甲丙邊餘弦（即甲丁邊正弦）

大股　甲角正切（即次形甲角正切）　小股　丙角餘切（即丁戊邊正切）

大句　乙角正弦（即丁角正弦）　小句　甲丙邊餘切（即甲丁邊正切）

大弦　甲角正割（即次形甲角正割）　小弦　甲乙邊餘切（即甲戊邊正切）

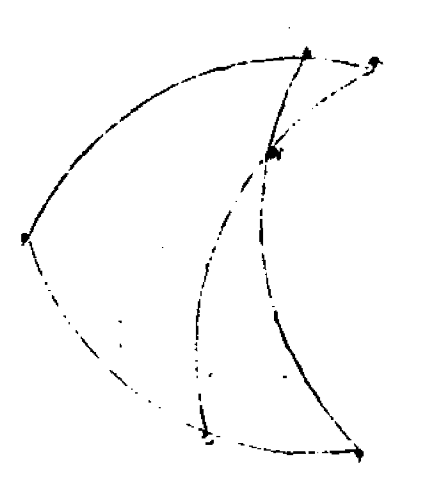
甲乙丙正弧三角形。將三邊各引長至一象限。如丙乙邊為丙己。丙甲邊為丙丁。甲乙邊為乙戊。又作戊己弧。亦一象限。則成甲丁戊正弧三角形。是為次形。次形丁直角與乙直角同。甲角與原甲角同。戊角之弧乙己。即丙乙邊之餘弧。用餘弧。則丙乙邊變為戊角矣。戊丁邊。即丙角丁己弧之餘弧。用餘弧。則丙角變為戊丁邊矣。甲丁邊。即甲丙邊之餘弧。用餘弧。則甲丙邊變為甲丁邊矣。用餘弧者。用本形之餘弦切割。即次形之正弦切割。就次形而審其句股弦之同

式。則大弦乙角正弦。比小弦甲乙邊餘弦。同於大句丙乙邊餘弦。比小句甲丙邊餘弦也。大股乙角正弦。比小股丙角餘弦。同於大句丙乙邊餘切。比小句甲丙邊餘切也。大股乙角正弦。比小股丙角餘切。同於大弦丙乙邊餘割。比小弦甲乙邊餘切也。大弦乙角正弦。比小弦甲乙邊餘弦。同於大股甲角正弦。比小股丙角餘弦也。大句乙角正弦。比小句甲丙邊餘弦。同於大股甲角正切。比小股丙角餘切也。大句乙角正弦。比小句甲丙邊餘切。同於大弦甲角正割。比小

弦甲乙邊餘切也。凡同式之形六，皆可以四率

互求也。

正弧三角次形圖二



大弦○乙角正弦○即壬角正弦　小弦○乙丙邊餘弦○即丙癸邊正弦

大股○甲乙邊餘弦○即癸角正弦　小股○甲丙邊餘弦○即壬丙邊正弦

大句○乙角正弦○即壬角正弦　小句○甲角餘弦○即壬癸邊正弦

大股○甲乙邊餘切○即癸角正切　小股○甲丙邊餘切○即壬癸邊正切

大句○乙角正弦○即壬角正弦　小句○甲角餘切○即壬癸邊正切

大弦○甲乙邊餘割○即癸角正割　小弦○乙丙邊餘切○即丙癸邊正切

大弦○乙角正弦○即壬角正弦　小弦○乙丙邊餘弦○即丙癸邊正弦

大句○丙角正弦○即次形丙角正弦　小句○甲角餘弦○即壬癸邊正弦

大股○乙角正弦○即壬角正弦　小股○甲丙邊餘弦○即壬丙邊正弦

大句○丙角正切○即次形丙角正切　小句○甲角餘切○即壬癸邊正切

大股○乙角正弦○即壬角正弦　小股○甲丙邊餘切○即壬丙邊正切

大弦○丙角正割○即次形丙角正割　小弦○乙丙邊餘切○即丙癸邊正切

如甲乙丙形將丙乙邊引至癸。甲丙邊引至壬。甲乙邊引至辛。又作癸辛弧。皆一象限。則成丙壬癸正弧三角形。是為次形。次形壬直角與乙直角同。丙角與原丙角同。癸角之弧乙辛。即甲乙邊之餘弧。用餘弧。則甲乙邊變為癸角矣。壬癸邊。即甲角壬辛弧之餘弧。用餘弧。則甲角變為壬癸邊矣。壬丙邊。即甲丙邊之餘弧。用餘弧。則甲丙邊變為壬丙邊矣。就次形而審其句股弦之同式。則大弦乙角正弦。比小弦乙丙邊餘弦。同於大股甲乙邊餘弦。比

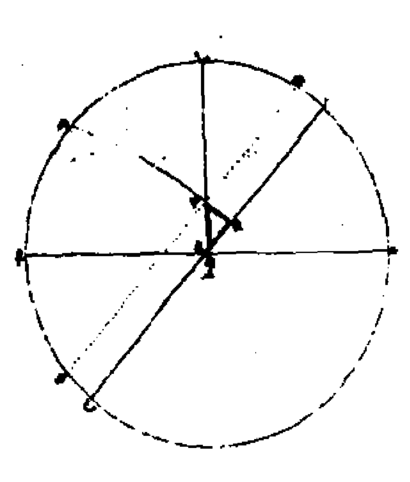
小股甲丙邊餘弦也。大句乙角正弦。比小句甲角餘弦。同於大股甲乙邊餘切。比小股甲丙邊餘切也。大句乙角正弦。比小句甲角餘切。同於大弦甲乙邊餘割。比小弦乙丙邊餘切也。大弦乙角正弦。比小弦乙丙邊餘弦。同於大句丙角正弦。比小句甲角餘弦也。大股乙角正弦。比小股甲丙邊餘弦。同於大句丙角正切。比小句甲角餘切也。大股乙角正弦。比小股甲丙邊餘切。同於大弦丙角正割。比小弦乙丙邊餘切也。凡同式之形六。亦皆可以四率互求也。而正弧三

角邊角相求之法已備。凡比例四率輾轉相求。直角正弦不在一率而在二三率者皆可用八綫相代法。易一率入二三率。而以半徑為一率也。如知甲乙丙三角。求甲乙邊。當以甲角正弦為一率。乙角正弦半徑為二率。丙角餘弦為三率。得四率為甲乙邊餘弦。今以半徑為一率。以甲角餘割代一率之甲角正弦為二率。則得四率亦即甲乙邊餘弦。凡比例皆可以半徑為一率而省除為乘也。凡正弧三角用正餘弦相求者。皆可用總較法。法詳斜弧三角。凡求鈍角及

過九十度之大邊。所得者為其外角餘弧。皆以減半周。而得鈍角大邊。

正弧三角用法圖一

正弧三角用法圖二



春分後。秋分前。太陽在赤道。北如某處已知
本日日距赤道北緯度。測得太陽正東或正
西高度。求其處北極高度。及太陽正東或正
西時刻。如圖。乙為天頂。辛戊壬為地平。丁辛
己壬為子午經圈。丙為北極。丙辛為所求某
處北極高度。丁戊己為赤道。己為子正。戊為
卯酉正。丁為午正。癸甲丑為赤道距等圈。即
太陽隨天西轉之軌。丙未為赤經。甲為太陽
所在。當赤道於未。當地平於戊。甲未即所知
本日日距赤道北緯度。甲戊即所知太陽正

東或正西高度。用甲未戊正弧三角形。此形未為直角。有甲未。甲戊。二弧。求戊角。以甲戊弧正弦為一率。甲未弧正弦為二率。半徑為三率。求得四率為戊角正弦。檢表得丁戊乙角。當乙丁弧。某處赤道距天頂與丙辛弧等。即所求某處北極高度。次求未戊弧。以甲未弧餘弦為一率。甲戊弧餘弦為二率。半徑為三率。求得四率為未戊弧餘弦。檢表得未戊弧。與丁戊弧九十度相減。得丁未弧。為日距午東或午西赤道度。正東高度為午東。如第一圖。正西高度為午西。如第二圖。變時得丁未

加減分與丁點午正十二小時相加減正東高度相減正西高度相加即得未點為所求太陽正東或正西時刻

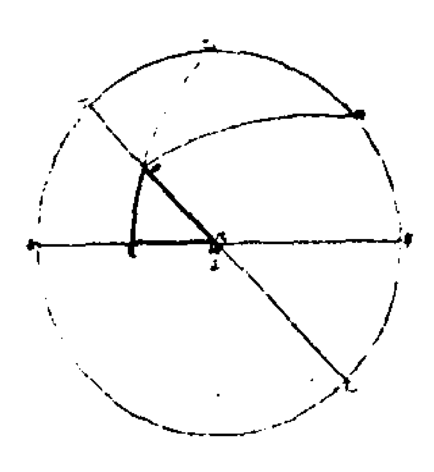
如某處已知本日日距赤道北緯度測得太陽正東或正西時刻求其處北極高度及太陽正東或正西高度用甲未戊正弧三角形此形有甲未弧有未戊弧以正東時刻或正西時刻與十二小時相減變度得丁未弧與丁戊弧九十度相減即得求戊角以未戊弧正弦為一率甲未弧正切為二率半徑為三率求得四率為戊角正切檢表得乙戊丁角當乙丁弧與丙半

弧等。即所求某處北極高度。次求甲戊弧。以半徑為一率。未戊弧餘弦為二率。甲未弧餘弦為三率。求得四率。為甲戊弧餘弦。檢表。得甲戊弧。為所求太陽正東或正西高度。

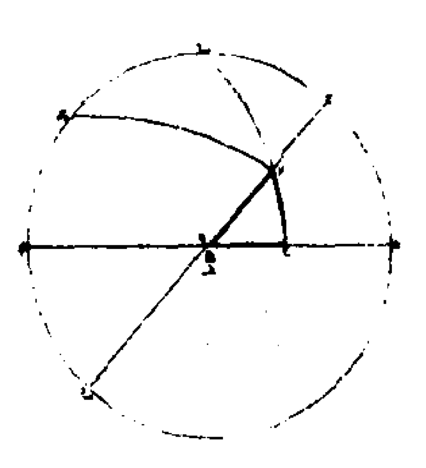
如某處已知本日日距赤道北緯度。及其北極高度。求太陽正東或正西高度。及其時刻。用甲未戊正弧三角形。此形有戊角。（乙戊丁角當乙丁弧。與丙辛弧）（某處北極高度等）有甲未弧。求甲戊弧。以戊角正弦為一率。半徑為二率。甲未弧正弦為三率。求得四率。為甲戊弧正弦。檢表。得甲戊弧。為所求太陽

正東或正西高度。次求未戊弧。以戊角正切為一率。半徑為二率。甲未弧正切為三率。求得四率。為未戊弧正弦。檢表。得未戊弧。與丁戊弧九十度相減。得丁未弧。為日距午東或午西赤道度。變時。得丁未加減分。與丁點午正十二小時相加減。（正東高度相減正西高度相加）得未點。為所求太陽正東或正西時刻。

正弧三角用法圖三



正弧三角用法圖四



如某處於春秋分日某時。測得太陽高度。求其處北極高度。及太陽正南偏東西度。如圖。乙為天頂。丙為北極。丁戊己為赤道。戊為卯酉正。春秋分日。太陽正當赤道。如甲。甲點即所知某時時刻。甲己弧為所知太陽高度。用甲己戊正弧三角形。此形己為直角。有甲己弧。有甲戊弧。以甲點時刻。與十二小時相減。得丁甲時分。變度。得丁甲弧。為日距午赤道度。與丁戊弧九十度相減。即得。求戊角。以甲戊弧正弦為一率。甲己弧正弦為二率。半徑為三率。求得四率。為戊角正弦。檢表。得丁戊壬角。當

丁壬弧某處赤道高度與乙壬弧九十度相減得乙丁弧與丙辛弧等即所求某處北極高度次求戊己弧以甲己弧餘弦為一率甲戊弧餘弦為二率半徑為三率求得四率為戊己弧餘弦檢表得戊己弧與戊壬弧九十度相減得壬己弧所當己乙壬角即所求太陽正南偏東西度測時在午正前為偏東測時在午正後為偏西如第三圖如第四圖

如某處已知其北極高度於春秋分日測得太陽高度求太陽正南偏東西度及所測時刻用甲己戊正弧三角形此形有戊角以丙辛弧某處北極高度

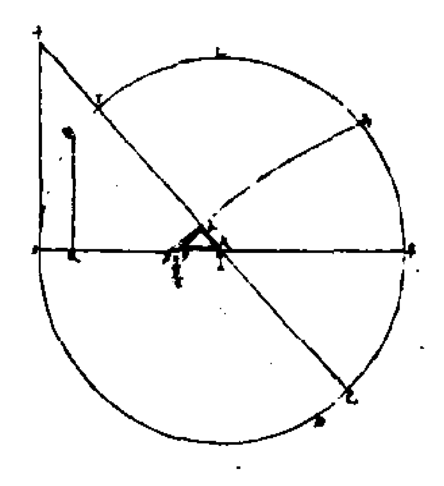
與乙辛弧九十度相減。得乙丙弧。與丁壬弧等。即戊角所當之弧。有甲己弧太陽高度。求甲戊弧。以戊角正切爲一率。半徑爲二率。甲己弧正切爲三率。求得四率。爲戊己弧正弦。檢表。得戊己弧。與戊壬弧九十度相減。得壬己弧。所當己乙壬角。即所求太陽正南偏東西度。次求甲戊弧。以戊角正弦爲一率。半徑爲二率。甲己弧正弦爲三率。求得四率。爲甲戊弧正弦。檢表。得甲戊弧。與丁戊弧九十度相減。得丁甲弧。爲日距午東。或午西赤道度。變時。得丁甲加減分。與丁點午正十二小時相加減。正南偏東

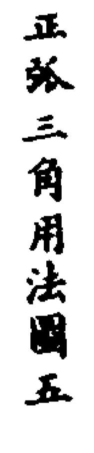
度相減正南偏西度相加得甲點即所求測時之時刻

如某處於春秋分日已知測時及北極高度求太陽高度並太陽正南偏東西度用甲己戊正弧三角形此形有戊角有甲戊弧以甲點測時與十二小時相減變度得甲丁弧日距午東或午西赤道度與丁壬弧九十度相減即得求甲己弧以半徑為一率戊角正弦為二率甲戊弧正弦為三率求得四率為甲己弧正弦檢表得甲己弧為所求太陽高度次求戊己弧以半徑為一率戊角餘弦為二率甲戊弧正切為三率求得四率為戊己弧正切檢表得戊己弧與戊壬

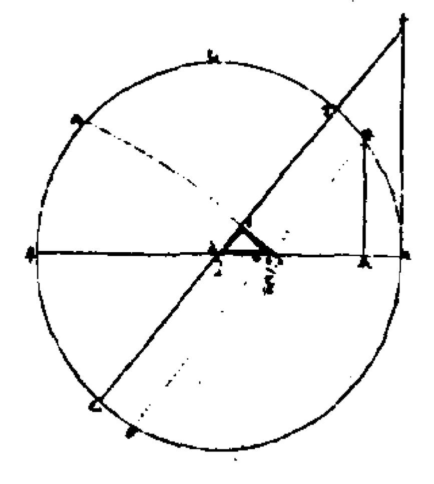
弧九十度相減。得壬巳弧。所當巳乙壬角。即所

求太陽正南偏東西度。測時在午正前為偏東。測時在午正後為偏西。





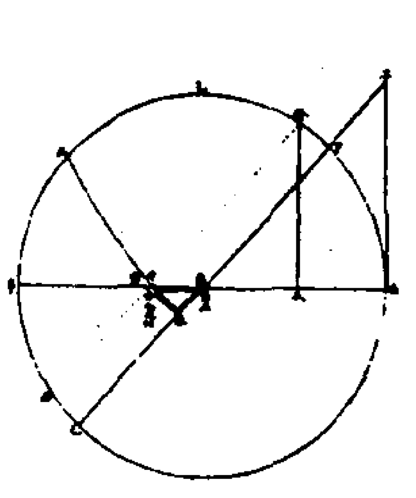
正弧三角用法圖五



正弧三角用法圖六

正弧三角用法圖七

正弧三角用法圖八

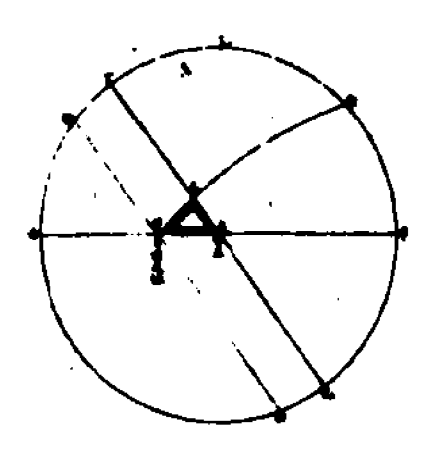


如某處測得日出入地平。正東西偏南度。或正東西偏北度。及正午太陽高度。求其處北極高度及日出入時刻。如圖。乙為天頂。辛戊壬為地平。丙為北極。丁戊己為赤道。戊為卯酉正。甲為日出入之位。正當地平之點。甲戊弧即所知日出入地平。正東西偏南度。或正東西偏北度。與其正弦相應。癸壬弧為所知正午太陽高度。癸辰為其正弦。戊辰為其餘弦。求法。先以戊辰與日出入地平偏度正弦甲戊相加減。日出入地平正東西偏南度相減。日出入地平正東西偏北度

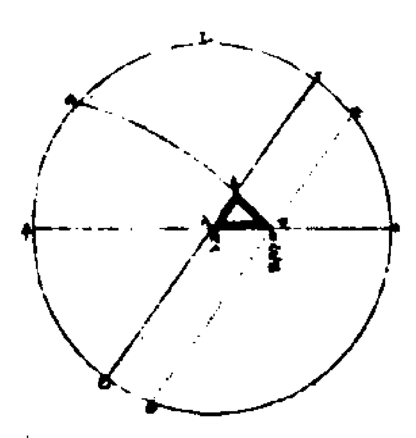
（相乘）得甲辰乃用癸辰甲子壬戊同式句股形以甲辰為一率癸辰為二率半徑壬戊為三率求得四率子壬為丁壬弧正切檢表得丁壬弧某處赤道高度與乙壬弧九十度相減得乙丁弧與丙辛弧等即所求某處北極高度次求日出入時刻以丁壬弧與癸壬弧相減得丁癸弧與甲未弧等為本日日距赤道南北緯度（丁壬弧大於癸壬弧為日距赤道南緯度丁壬弧小於癸壬弧為日距赤道北緯度）於是用甲未戊正弧三角形此形未為直角有甲未弧及戊角（即丁壬弧某處赤道高度）求未戊弧以戊角即丁

壬弧正切子壬。為一率。半徑戊壬為二率。甲未弧正切未寅為三率。求得四率。為未戊弧正弦。檢表得未戊弧。為卯酉前後赤道度。變時。得未戊。為卯酉前後加減分。與戊點卯正六小時相加減。（日距赤道南緯度相加。日距赤道北緯度相減。）得未點之時。當地平於甲。即所求日出時刻。又以未戊卯酉前後加減分。與戊點酉正十八小時相加減。（日距赤道南緯度相減。日距赤道北緯度相加。）得未點之時。當地平於甲。即所求日入時刻。

正弧三角用法圖九



正弧三角用法圖十



正弧三角用法圖十一

正弧三角用法圖十二

如某處已知本日日距赤道緯度。測得日出入地平。正東西偏南度。或正東西偏北度。求其處北極高度。如圖。乙為天頂。辛戊壬為地平。丙為北極。丁戊己為赤道。戊為卯酉。正。甲為日出入地平之點。當赤道於未。甲未弧為所知本日日距赤道南北緯度。日出入地平正東西偏南度。為日距赤道南緯度。日出入地平正東西偏北度。為日距赤道北緯度。戊甲弧為所知日出入地平。正東西偏南度。或正東西偏北度。用戊未甲正弧三角形。此形未為直角。有甲未。戊甲。二弧。求戊角。以戊甲弧正

弦為一率。甲未弧正弦為二率。半徑為三率。求得四率。為戊角正弦。檢表得丁戊壬角。當丁壬弧。某處赤道高度。與乙壬弧九十度相減。得乙丁弧。與丙辛弧等。即所求某處北極高度。

如某處已知本日日距赤道南北緯度及其北極高度。求日出入地平正東西偏南度或正東西偏北度。用戊未甲正弧三角形。此形有甲未弧。有戊角。當丁壬弧。某處赤道高度。以內辛弧某處北極高度相等之乙丁弧。與乙辛弧九十度相減。即得。求戊未弧。以戊角正

弦為一率。半徑為二率。甲未弧正弦為三率。求得四率。為戊甲弧正弦。檢表。得戊甲弧。即所求日出入地平正東西偏南度。或正東西偏北度。

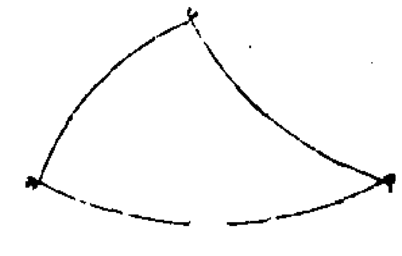
欽定大清會典圖卷一百三十七

天文三十一 算術五

斜弧三角次形圖
斜弧三角用法圖一
斜弧三角用法圖二
斜弧三角用法圖三
斜弧三角用法圖四
斜弧三角用法圖五
斜弧三角用法圖六
斜弧三角用法圖七
斜弧三角用法圖八
斜弧三角用法圖九

斜弧三角用法圖二十

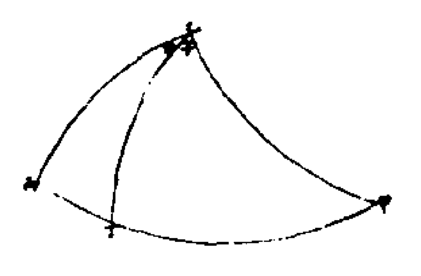
斜弧三角圖一



斜弧三角無論角之銳鈍邊之大小求之之法。分三類○其一有對所知對所求者○用邊角比例法○其一有對所知無對所求者○用垂弧法○其一無對所知有對所求者○用總較法○三邊求角○或所知角○在所知兩邊之閒者○用本形總較三角求邊○或所知邊○在所知兩角之閒者○用次形總較○如甲乙丙斜弧三角形○知甲角。乙角。乙丙邊○求甲丙邊○則以對所知甲角正弦為一率○對所求乙角正弦為二率○所知乙丙邊正弦為三率○得四率甲丙邊正弦○檢

表得邊度。如知丙角。甲乙邊。乙丙邊。求甲角。則以對所知甲乙邊正弦為一率。對所求乙丙邊正弦為二率。所知丙角正弦為三率。得四率甲角正弦。檢表得角度。此皆暗用垂弧分為兩正弧三角形。而合兩次比例為一次比例者也。與平三角同理。又此四率中皆無半徑。仍可用八綫相代法。以半徑為一率。以餘割代一率之正弦。以與二率相乘。而為二率。省除為乘也。

斜弧三角圖二



如知甲角丙角甲乙邊求乙角所知丙角有對邊甲乙所求乙角無對邊則用乙丁垂弧求得子丑兩分角而併之先求垂弧丁直角正弦半徑為一率甲角正弦為二率甲乙邊正弦為三率得四率為乙丁垂弧正弦次求分角半徑為一率垂弧正割為二率丙角餘弦為三率得四率為丑角正弦若以甲角餘弦為三率得四率為子角正弦檢表得子丑二角度相併即乙角如求甲丙邊無對所求乙角亦先求得子丁垂弧次求分邊半徑為一

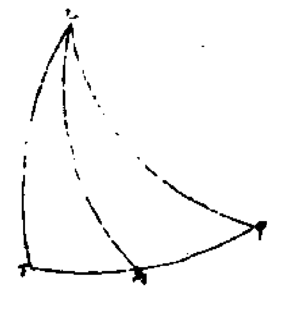
率。甲角餘切為二率。垂弧正切為三率。得四率

為甲丁分邊正弦。若以丙角餘切為二率。得四

率為丙丁分邊正弦。檢表得二分邊度。相併。即

甲丙邊。

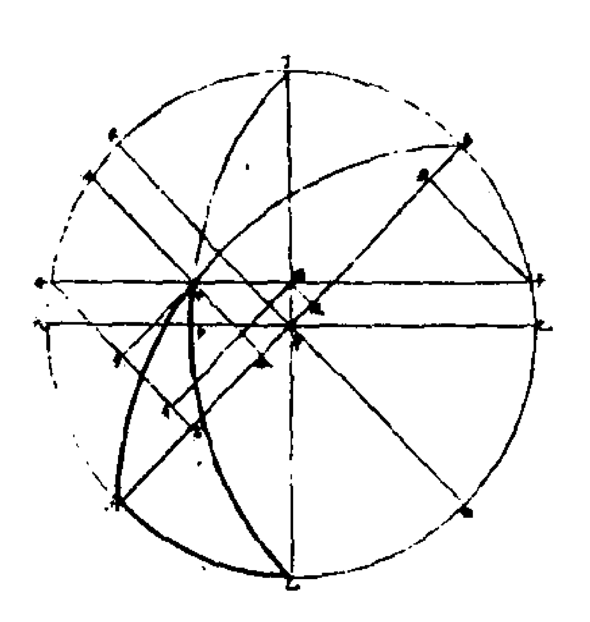
斜弧三角圖三



如甲丙乙鈍弧三角形。知丙鈍角、甲角、甲乙邊。求乙角。所知丙角。有對邊甲乙。所求乙角無對邊。而丙為鈍角。則用乙丁外垂弧。求得大小二角。而減之。先求外垂弧。丁直角正弦爲一率。甲角正弦爲二率。甲乙邊正弦爲三率。得四率。爲乙丁外垂弧正弦。次求大小二角。半徑爲一率。外垂弧正割爲二率。丙鈍角餘弦爲三率。得四率。爲丙乙丁小角正弦。若以甲角餘弦爲三率。得四率。爲甲乙丁大角正弦。檢表。得大小二角度。相減。餘乙角。如

求甲丙邊。無對所求乙角。亦先求得乙丁外垂
弧。次求大小二邊。半徑爲一率。甲角餘切爲二
率。垂弧正切爲三率。得四率。爲甲丁大邊正弦。
若以丙鈍角餘切爲三率。得四率。爲丙丁小邊
正弦。檢表得大小二邊。度相減。餘甲丙邊。凡有
對所知。無對所求者。邊角相求。法皆視此。

斜弧三角圖四



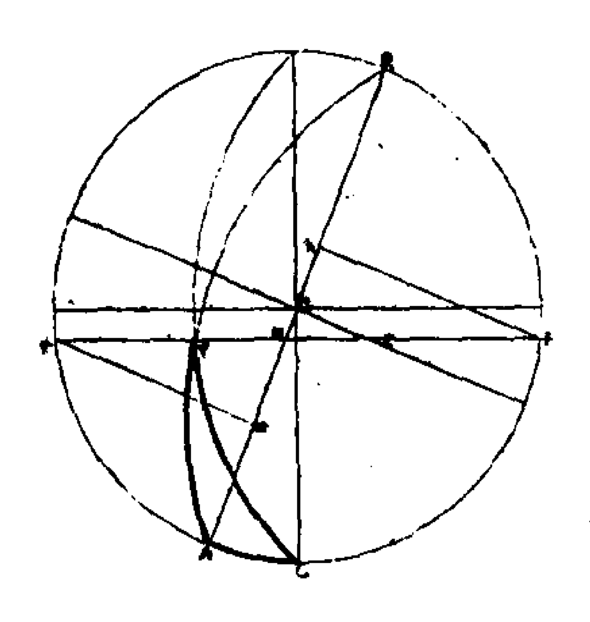
設以三邊求角。或知一角在所知兩邊之間。而求對角之邊者。皆用總較法。如甲乙丙三角形。以一角為主。角旁兩邊相加為總弧。相減餘較弧。各取其餘弦相加減。折半為中數。以對角邊之矢。與較弧矢相減。餘為兩矢較。如以乙角為主。則角旁甲乙邊即子乙邊。加丙乙邊。為總弧丙子。甲乙邊即癸乙邊。減丙乙邊。餘較弧癸丙。總弧餘弦丑午。較弧餘弦寅午。相加丑寅。折半為中數戌寅。即酉亥。對乙角甲丙邊即卯丙邊。其矢辰丙。與較弧矢寅

丙相減餘兩矢較辰寅即甲未中數酉亥與兩矢較甲未平行乙角矢申戌與距等半徑酉癸平行甲癸為距等矢距等半徑酉癸為大弦中數酉亥為大股距等矢甲癸為小弦兩矢較甲未為小股是可以同式比例也而距等半徑酉癸之比距等矢甲癸同於戊午半徑之比乙角矢戊申是又可以同式者相代故半徑戊午之比乙角矢戊申即同於中數酉亥之比兩矢較甲未也如知乙角甲乙邊丙乙邊求甲丙邊則以半徑戊午為一率乙角矢戊申為二率中數

酉亥為三率。得四率。為兩矢較甲未。以加較弧矢寅丙。即得甲丙邊之矢辰丙。以減半徑。餘為餘弦。檢表得甲丙邊度。如知三邊求乙角。則以中數酉亥為一率。兩矢較甲未為二率。半徑戊午為三率。得四率。為乙角矢戊申。以減半徑。餘為餘弦。檢表得乙角度。凡三邊求角。及兩邊一角求對角之邊者。法皆視此。而總弧較弧兩餘弦之或加或減。則視兩餘弦同半徑則相減。各半徑則相加。總較二弧俱在一象限內。或較弧在象限內。總弧過三象限。或較弧過一象限總

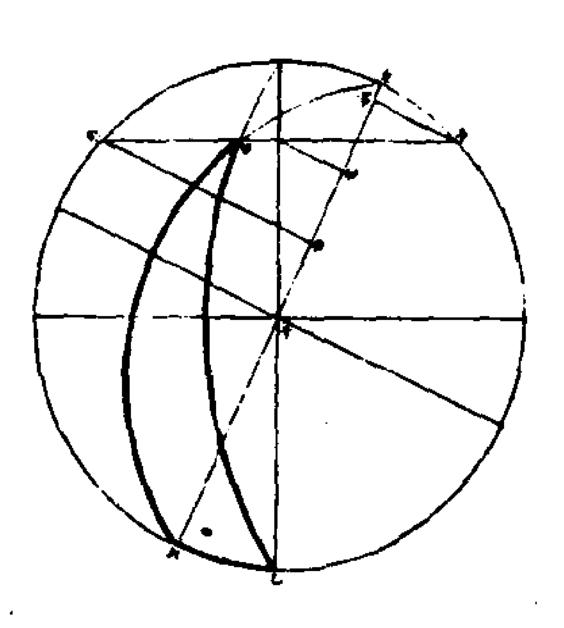
弧在二象限外三象限内。此皆同半徑而相減者也。較弧在象限內。總弧過一象限二象限。或較弧過一象限。總弧過三象限。此皆各半徑而相加者也。

斜弧三角圖五



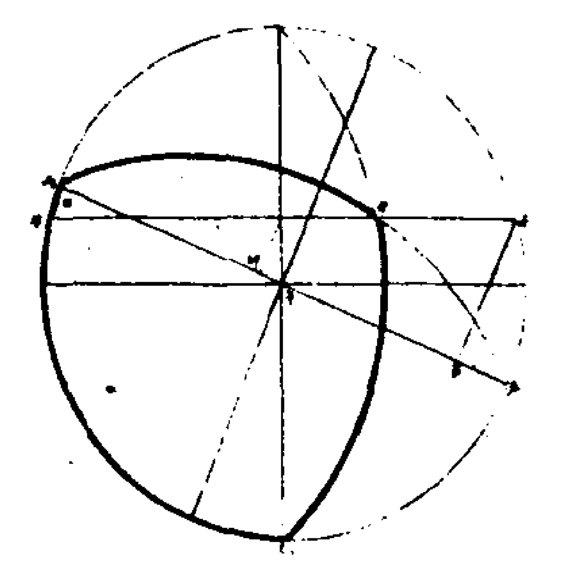
此總弧子丙。過一象限。其餘弦寅午。在庚午半徑較弧癸丙。在象限內。其餘弦丑午。在丙午半徑。是為各半徑。宜相加。得寅丑。折半卯丑為中數。

斜弧三角圖六



如圖。總弧子丙過一象限。其餘弦寅午。在庚午半徑。較弧癸丙。亦過一象限。其餘弦丑午。亦在庚午半徑。是為同半徑。宜相減。餘寅丑。折半卯丑。為中數。

斜弧三角圖七



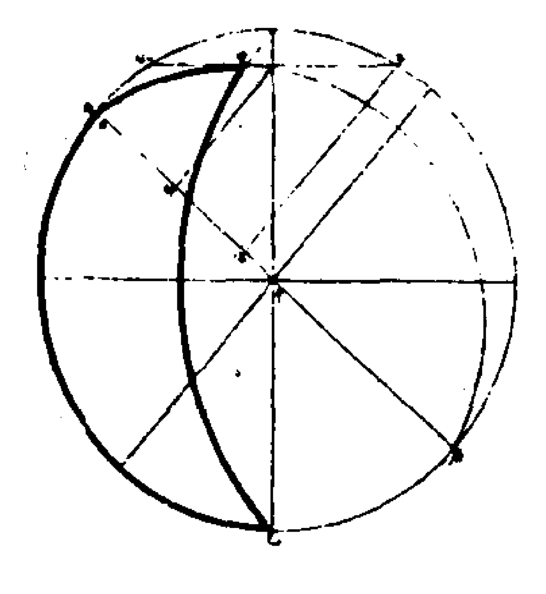
如圖。總弧子丙過二象限。其餘弦寅午。在庚午

半徑。較弧內癸在象限內。其餘弦丑午。在丙午

半徑。是爲各半徑。宜相加。得寅丑。折半卯丑。爲

中數。

斜弧三角圖八



如圖。總弧子丙。過三象限。其餘弦寅午。在丙午半徑。較弧癸丙。在象限內。其餘弦丑午。亦在丙午半徑。是爲同半徑。宜相減。餘丑寅。折半丑卯。爲中數。

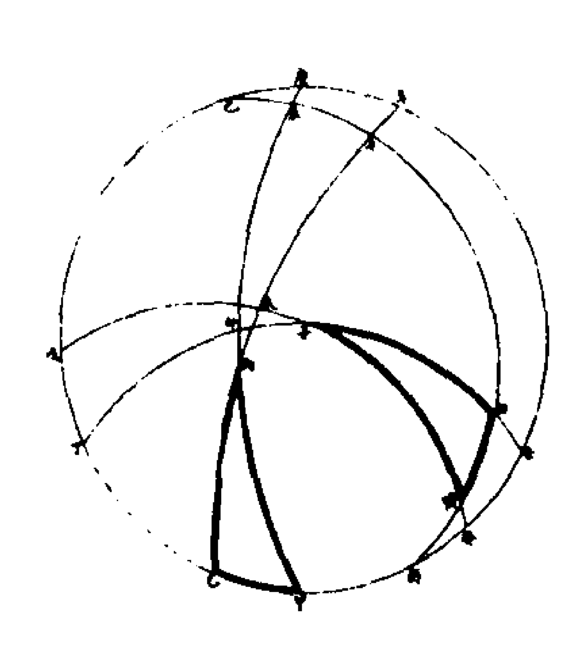
凡取正餘弦。弧過一象限者。以減半周。取其餘度檢表。弧過兩象限者。弧內減半周。取其餘度檢表。弧過三象限者。以減全周。取其餘度檢表。其變例。總弧適足半周。餘弦即半徑。即以較弧餘弦加減半徑。折半爲中數。較弧不過象限則加。過象限則減。總弧適足一象限。或三象限。無

餘弦。即用較弧餘弦。折半為中數。角旁兩弧相等。無較弧。即以總弧餘弦。與半徑相加減。折半為中數。總弧過象限或過半周則加總弧在象限內或過三象限則減。較弧適足一象限。無餘弦。即用總弧餘弦。折半為中數。總弧適足一象限或三象限。而兩弧又相等。無較弧。即以半徑為較弧餘弦。折半為中數。較弧適足一象限。無餘弦。而總弧又適足半周。餘弦即半徑。即以半徑折半為中數。

凡取矢。弧過象限者。即於過弧內減象限。取其

餘度之正弦加半徑即大矢若以減半徑則餘
外弧正矢兩矢較變例弧適足一象限者弧之
矢即半徑若對弧較弧二者有一弧適足象限
即命其又一弧之餘弦爲兩矢較若無較弧即
以對弧矢爲用

斜弧三角次形圖



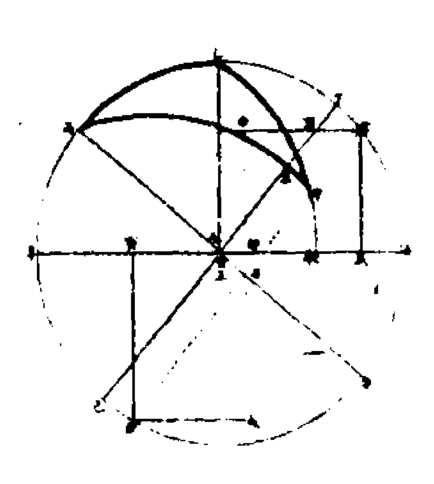
如甲乙丙弧三角。知三角。求邊。或知一邊在所知兩角之閒。求對邊之角。則用次形。使角變爲邊。邊變爲角。而以總較法求之。引甲乙邊作圓周。甲丙邊作庚甲半周。乙丙邊作乙辛半周。又以甲角爲心。作丁壬弧。乙角爲心。作戊癸弧。丙角爲心。作己酉弧。則成子丑寅形。是爲次形。而原形之邊。皆變爲次形之角。原形之角。皆變爲次形之邊。甲壬。乙癸。皆象限。甲乙即壬癸。而壬子。癸子。皆象限。則壬癸爲子角度。而甲乙邊變爲子角。乙辰。丙午。皆

象限。乙丙即辰午。而辰寅。午寅皆象限。則辰午為寅角度。而乙丙邊變為寅角。甲卯。丙未。皆象限。甲丙即卯未。而未丑。卯丑。皆象限。則卯未為丑外角度。而甲丙邊變為丑外角。甲角度原為丁卯弧。丁子。卯丑。皆象限。則丁卯即子丑。而甲角變為子丑邊。丙角度。原為未午弧。未丑。午寅。皆象限。則未午即丑寅。而丙角變為丑寅邊。乙外角度。原為戊辰弧。戊子。辰寅。皆象限。則戊辰即子寅。而乙外角變為子寅邊。如知三角。求甲乙邊。在次形為知三邊求子角則以甲角次形子丑邊乙外角次形

子寅邊相加為總弧。相減餘較弧。兩餘弦相加。折半為中數。以為一率。半徑為二率。丙角次形丑寅邊矢。與較弧矢。相減。餘兩矢較為三率。得四率即甲乙邊次形子角矢。如知甲乙邊。知邊旁兩角而求對邊丙角。在次形為知子角。知角旁兩邊。求對邊丑寅。則以半徑為一率。中數為二率。甲乙邊矢為三率。得四率為兩矢較。以加較弧矢。得丙角次形丑寅邊矢。是法無異於三邊求角。或兩邊一角求對邊也。惟邊旁兩角中。必用一外角為稍異耳。

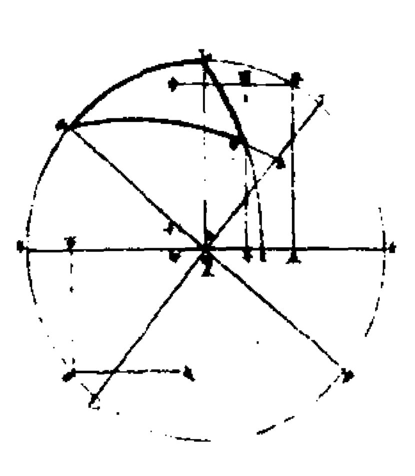
斜弧三角用法圖一

斜弧三角用法圖二



斜弧三角用法圖三

斜弧三角用法圖四



如某處已知測時。測得太陽高度及正午太陽高度。求其處北極高度及太陽正南偏東西度。如第一第二圖。乙為天頂。辛戊壬為地平。丙丁庚己為子午經圈。丙為北極。丁戊己為赤道。己為子正。戊為卯酉正。丁為午正。癸子丑為赤道距等圈。即太陽隨天西轉之軌。乙甲己為高弧。丙未為赤經。甲為測時太陽所在。當赤道於未。當地平於巳。未丙丁角當丁未弧。為所知日距午東。或午西赤道度。測時在午正前。與十二小時相減。變度為日距午東赤道度。測時在午正後。減去十二小時。變

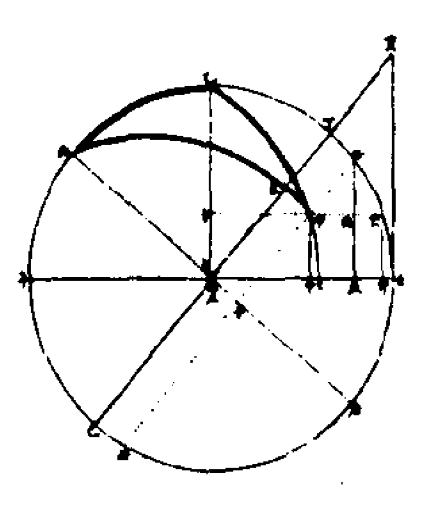
度。[為日距午酉赤道度。]其正矢丁未。甲乙弧為所知測時太陽高度。癸壬弧為所知正午太陽高度。今癸乙弧。[即所知癸壬弧之餘弧。]與乙甲弧。[即所知甲乙弧之餘弧。]丙弧無所夾之角。未丙丁角無所對之弧。故不能用垂弧。總較各法。須變法求之。乃以癸壬弧正弦癸辰相等之酉午。與甲己弧正弦甲午相減。得酉甲為正弦較。即矢較。又子癸距等圈半徑。與丁戊赤道半徑為相應。則癸甲與丁未為相應。用癸酉甲。癸申子。同式句股形。以未丙丁角正矢癸甲為一率。酉甲為二率。子癸距等

圈半徑為三率。求得四率申子。為中數。等子戌倍之。得申戌。內減癸壬弧正弦癸辰相等之申卯。得卯戌。與寅丑等。即辛丑弧正弦。檢表得辛丑弧。加辛乙弧九十度。得乙辛丑弧。為子正日距天頂。再加癸乙弧正午日距天頂。得癸丙丑弧。半之。得癸丙弧。與丙甲弧日距北極等。以減丙未弧九十度。得甲未弧。為日距赤道南北緯度。丙甲弧不及九十度。為日距赤道北緯度。丙甲弧過九十度。為日距赤道南緯度。隨以癸丙弧日距北極。與癸壬弧相加。得丙癸壬弧。與壬乙辛弧半周相減。得丙辛弧。即所求某處

北極高度。次求太陽正南偏東西度。如第三第四圖。用丙乙甲斜弧三角形。以乙甲弧正弦為一率。丙甲弧正弦為二率。丁丙未角正弦為三率。求得四率為乙角正弦。檢表得壬乙巳角。當壬巳弧。即所求太陽正南偏東西度。測時在午正前為偏東。測時在午正後為偏西

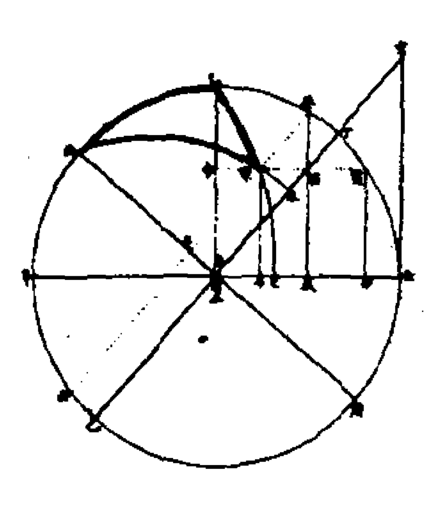
斜弧三角用法圖五

斜弧三角用法圖六



斜弧三角用法圖七

斜弧三角用法圖八



如某處已知正午太陽高度。測得午正前或午正後太陽高度及太陽正南偏東西度。求其處北極高度及所測時刻。如第五第六圖。乙為天頂。辛戊壬為地平。丙為北極。丁戊己為赤道。戊為卯酉正。甲為午正前或午正後太陽所在。當赤道於未。當地平於巳。甲巳弧為所知午正前或午正後太陽高度。巳乙壬角當巳壬弧。為所知太陽正南偏東西度。其餘弦巳戊。癸壬弧為所知正午太陽高度。寅甲申為地平距等圈半徑。必平行於壬戊。則

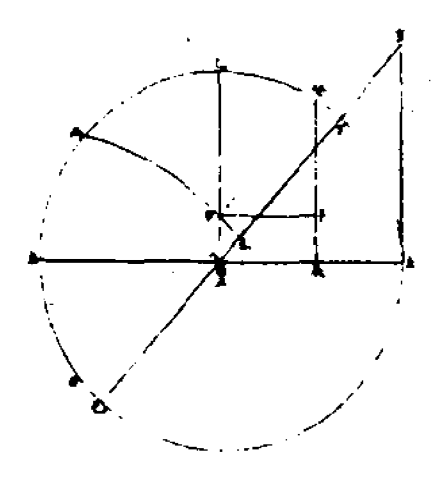
寅壬弧等於甲己弧。壬己與寅甲丙兩段。同為乙甲己大圈所分。則壬戊與己戊之比。同於寅申（等卯戌。）與甲申（等午戌。）之比。故以半徑壬戊為一率。己壬弧太陽正南偏東西度餘弦己戊為二率。甲己弧相等之寅壬弧餘弦寅申（等卯戌。）為三率。求得四率甲申。與癸壬弧餘弦辰戊相等之酉申相減。得酉甲。又以癸壬弧正弦癸辰與甲己弧正弦甲午相等之酉辰相減。得癸酉。乃用癸酉甲亥壬戊同式句股形。以酉甲為一率。癸酉為二率。半徑壬戊為三率。求得四率亥

壬。為丁壬弧正切。檢表得丁壬弧。為某處赤道高度。與乙壬弧九十度相減。得乙丁弧。與丙辛弧等。為所求某處北極高度。次求所測時刻如第七第八圖。以癸壬弧與丁壬弧相減得丁癸弧等於甲未弧。為日距赤道南北緯度。正午太陽高度大於赤道高度為日距赤道北緯度。正午太陽高度小於赤道高度為日距赤道南緯度。再與丙丁弧九十度相加減。緯南相加緯北相減。得丙癸弧。與丙甲弧等。為日距北極。用丙乙甲斜弧三角形。以丙甲弧正弦為一率。乙甲弧。以甲巳弧與乙巳弧九十度相減。正弦為二率。壬乙巳角即甲乙丙角之外角。即巳即保

壬弧正弦爲三率。求得四率爲丙角正弦。檢表得未丙丁角。當丁未弧。爲日距午東或午西赤道度。正南偏東度爲午東。正南偏西度爲午西。變時。與丁點午正十二小時相加減。午東相減。午西相加。得未點。即所求時刻。

斜弧三角用法圖九

斜弧三角用法圖十

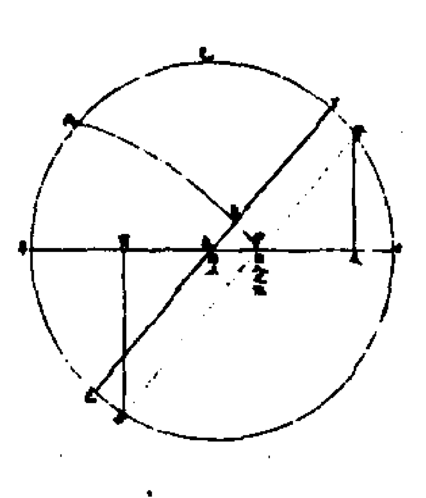


春分後。秋分前。日在赤道北。如某處測得太陽正東或正西高度。及正午太陽高度。求其處北極高度。如第九第十圖。乙為天頂。辛戊壬為地平。丙為北極。丁戊己為赤道。戊為卯酉正。甲為太陽所在。當赤道於未。當地平於戊。甲戊弧為所知太陽正東或正西高度。與其正弦相應等於子辰。癸壬弧為所知正午太陽高度。癸辰為其正弦。戊辰為其餘弦。與甲子等。求法先以癸辰減子辰。得癸子。乃用癸子甲亥壬戊同式句股形。以甲子為一率。癸子為二率。半徑壬戊為

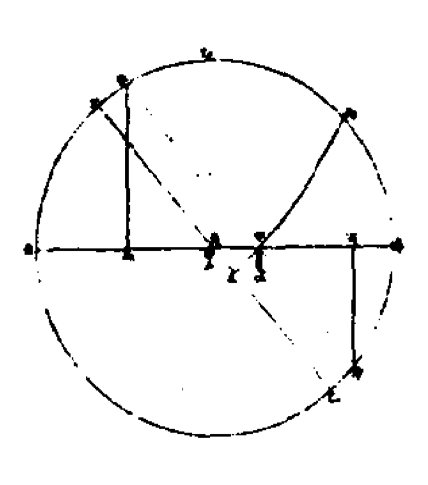
三率。求得四率亥壬。為丁壬弧正切。檢表得丁
壬弧。為某處赤道高度。與乙壬弧九十度相減。
得乙丁弧。與丙辛弧等。為所求某處北極高度。

斜弧三角用法圖十一

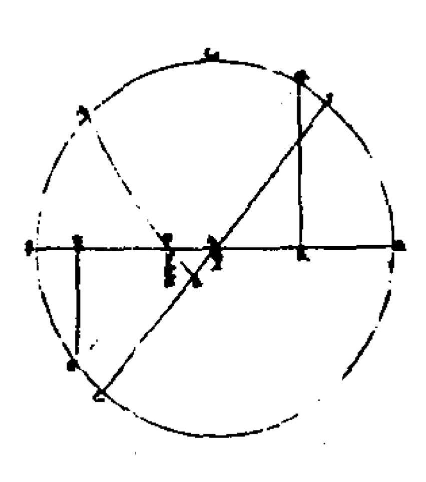
斜弧三角用法圖十二



斜弧三角用法圖十三



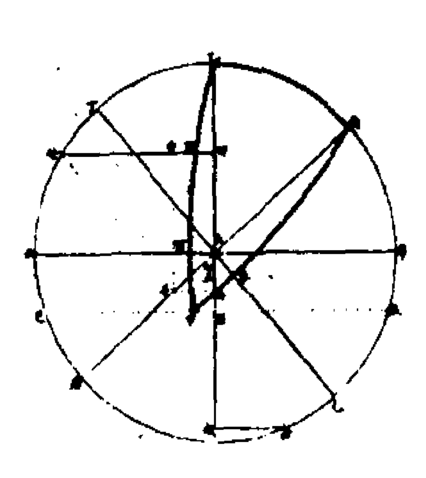
斜弧三角用法圖十四



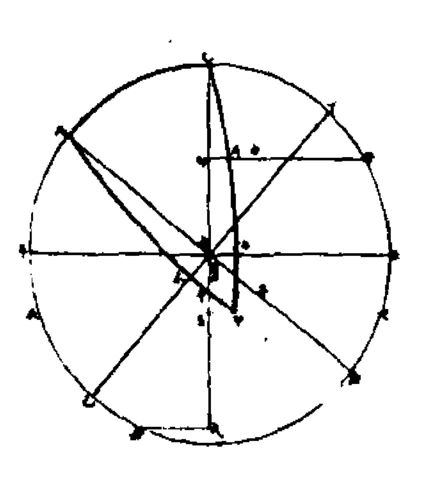
如某處測得日出地平距正午之時或日入地平距正午之時及正午太陽高度求其處北極高度如圖十一十二兩圖日距赤道南十三十四兩圖日距赤道北乙為天頂平戊壬為地平丙為北極丁戊乙為赤道戊為卯酉正甲為日出入之位正當地平之點而當赤道於未甲未弧即本日日距赤道南北緯度丁未即所知日出入地平距正午之時變度得丁未弧為日距午東或午西赤道度日出地平為午東日入地平為午西當丁丙未角癸壬弧為所知正午太陽高度其正弦癸辰求法乃以癸甲與丑甲之

比。同於丁未與己未之比。又用甲辰癸甲寅丑同式句股形。以癸甲與丑甲之比。同於癸辰與寅丑之比。觀此兩比例一二率相同。故以丁未即丁丙未角之矢。如日距赤道北為大矢。日距赤道南為正矢。為一率。未己日距赤道北。為丁丙未角之正矢。日距赤道南。為丁丙未角之大矢。為二率。癸辰即癸壬弧正弦。為三率。求得四率寅丑。即辛丑弧正弦。檢表得辛丑弧。與癸壬弧相加。半之。得丁壬弧。為某處赤道高度。與乙壬弧九十度相減。得乙丁弧。與丙辛弧等。即所求某處北極高度。

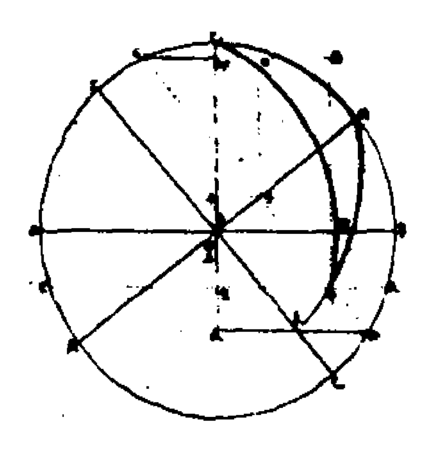
斜弧三角用法圖十五

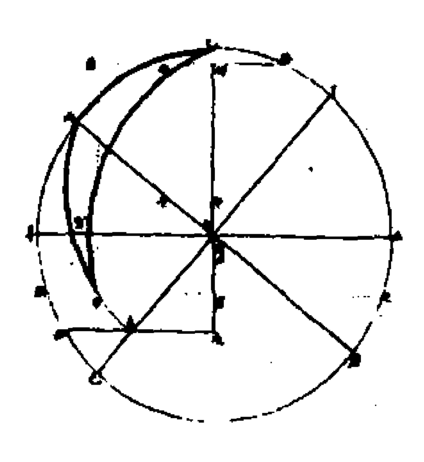


斜弧三角用法圖十六



斜弧三角用法圖十七　斜弧三角用法圖十八





如某處已知其北極高度及本日日距赤道南北緯度。求其處昏旦時刻。如第十五第十六圖。乙為天頂。辛戊壬為地平。丙為北極。丁戊己為赤道。戊為卯酉正。辰亥己為地平距等圈。本時太陽在甲。當赤道於未。未點即所求昏旦時刻。丙甲弧為所知本日日距北極。以甲未弧日距赤道南北緯度與丙未弧九十度相加減得丙甲弧緯南相加緯北相減。乙丙弧為所知某處北極距天頂。以丙辛弧某處北極高度。與乙辛弧九十度相減。即得。乙甲弧為所知日在地平下距天頂一百零八度。以甲寅弧朦影限十八度與乙寅弧九十

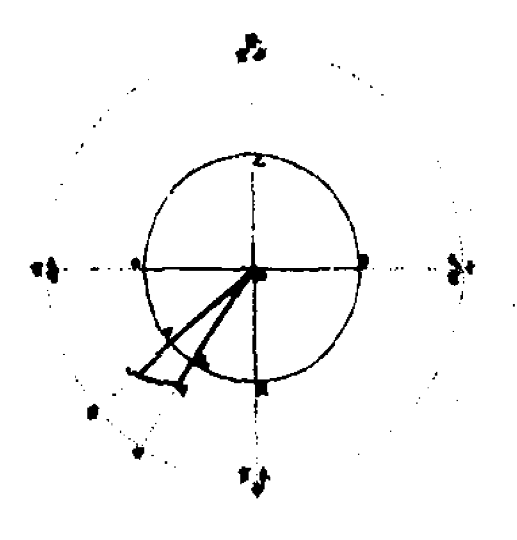
度相知即得。求法。用甲乙丙斜弧三角形。此形有丙甲弧。乙丙弧。乙甲弧。求丙角。以丙甲弧相等之丙丑弧。與乙丙弧相加。得乙丑總弧。以丙甲弧相等之丙癸弧。與乙丙弧相減。得乙癸較弧。乃以乙丑總弧餘弦戊戌。與乙癸較弧餘弦戊卯相加。得卯戌。半之得卯午為中數。與甲子等。乙甲弧與乙辰弧等。隨以乙辰弧大矢乙亥。內減乙癸較弧正矢乙卯。得卯亥為矢較。與酉甲等。用癸申子。癸酉甲。同式句股形。以中子與癸子之比。同於酉甲與癸甲之比。又丁

戊與癸子之比。同於丁未與癸甲之比。如第十七第十八圖。觀第一比例二四兩率。與第二比例二四兩率相同。則申子與丁戊之比。必同於酉甲與丁未之比。故以申子中數為一率。半徑丁戊為二率。酉甲矢較為三率。求得四率丁未。為丁丙未角大矢。內減半徑丁戊。得未戊為丙外角餘弦。檢表得己丙未角。與半周相減。得丁丙未角。當丁未弧。為旦刻日距午正前赤道度或昏刻日距午正後赤道度。變時。得丁未加減分。與丁點午正十二小時相減。得未點。為所求

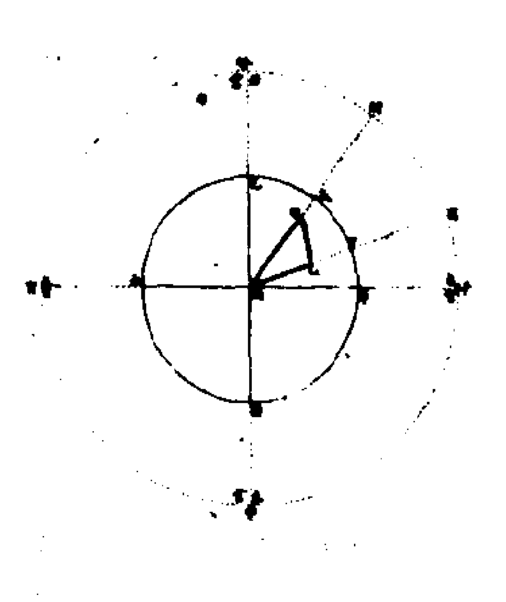
旦刻。又以丁未加減分。與丁點午正十二小時

相加。得未點。為所求昏刻。

斜弧三角用法圖十九



斜弧三角用法圖二十



如己知二星赤道經緯度。求二星斜距度。如圖。十九圖星在赤道南。二十圖星在赤道北。丙為北極。己辛庚壬為赤道。丙己。丙辛。丙庚。丙壬。皆為九十度弧。癸子申寅為赤道距等圈。癸為丑宮之點。子為戌宮之點。申為未宮之點。寅為辰宮之點。設二星如甲如乙。甲乙弧即所求二星斜距度。丙甲弧為所知甲星距北極度。星在赤道南。以甲戊弧甲星赤道緯度。與丙戊弧九十度相加。得丙甲弧。星在赤道北。以甲戊弧。與丙戊弧九十度相減。得丙甲弧。丙乙弧為所知乙星距北極度。以乙丁弧。乙星赤道緯度。與丙丁弧九十度相加減。得丙乙弧。加減同上。甲星當赤道於戊。與卯點相應。戊點即所

知甲星赤道經度。乙星當赤道於丁。與酉點丁相應點即所知乙星赤道經度。求法。先以二星赤道經度相減。得丁戊弧。當丁丙戊角。乃用甲乙丙斜弧三角形。此形有丙甲、丙乙、二弧。及所夾丁丙戊角。求甲乙弧。按前斜弧三角圖四。依法求之。即得所求甲乙弧二星斜距度。